

文章编号:1000-8055(2011)06-1436-05

螺旋双曲面齿轮修形及啮合特性

苏进展, 方宗德, 王祖兵
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 为了改善螺旋双曲面齿轮啮合特性, 对小轮齿面进行修形设计. 用抛物线齿廓的产形齿条展成修形插齿刀齿面, 模拟插齿刀和被加工齿轮的啮合运动关系, 建立齿轮齿面的数学模型; 根据两齿面在啮合过程中连续相切条件, 建立了考虑安装误差的轮齿接触分析(TCA)模型; 齿轮副的啮合仿真结果表明, 刀具齿廓抛物线修形可以获得中凸的抛物线传动误差, 调整修形参数可改变传动误差幅值和对称性; 轴交角的变化影响齿轮副的重合度、接触椭圆、安装误差敏感性.

关 键 词: 螺旋双曲面齿轮; 齿面印痕; 传动误差; 齿面修形; 啮合特性

中图分类号: TH132

文献标志码: A

Study on meshing characteristics of helipoid gears with surface modification

SU Jin-zhan, FANG Zong-de, WANG Zu-bing

(School of Mechanical Engineering,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The modification of tooth surface of pinion was applied to improve the meshing characteristics of helicoid gears. The modified shaper tooth surface could be generated by an imaginary rack cutter with the parabola profile, and the derivation of the mathematical of helicoid gears was developed by simulating the meshing kinematics between the shaper and the generated gear. By considering the assemble errors, the tooth contact analysis model was established on the conditions of continuous tangency of two contact surfaces. The results of computerized simulation of meshing and contact show that, the convex type transmission error can be produced by the modification of rack cutter profile, the amplitude and symmetry of transmission error can be changed by modulating the modification parameters; and the crossing angle has a great effect on the contact ratio, the contact ellipses and the sensitivity of assembly errors of the helicoid gears.

Key words: helipoid gears; contact patterns; transmission errors;
tooth surface modification; meshing characteristics

斜齿轮和准双曲面齿轮广泛应用于交错轴动力传输中. 准双曲面可承受重载及高的传动比, 广泛用于汽车后桥传动上; 但由于齿面的复杂性, 需要在特定的机床上, 并且在合适的加工参数条件下才能获得较好的接触位置和接触印痕. 交错斜

齿轮基本上是一种典型的斜齿轮^[1-12], 交错斜齿轮是点接触的, 随着轴交角的增大, 其承载能力也就降低. 在齿面设计方面, 采用计算机仿真分析齿面啮合特性^[1-5], 在承载能力及弹流润滑液做了一定的研究^[6-8]; 同时, 许多学者提出了空间交错轴

收稿日期: 2010-05-28; 修订日期: 2010-08-30

基金项目: 国家自然科学基金(12345678)

作者简介: 苏进展(1982—), 男, 福建泉州人, 博士生, 主要从事齿轮先进设计、制造与分析.

传动的新齿形^[9-12], Chang, Tsay, Wu 等人^[9-10]提出了一种螺旋双曲面齿轮(helipoid gears), 与传统交错轴斜齿轮相比, 螺旋双曲面的瞬轴面是规则双曲面, 而交错斜齿轮的瞬轴面为圆柱面。Wu 等^[10]和 Change 等人^[9]分别用插齿和滚齿的方法其建立相应的数学模型, 讨论此类齿轮传动的优势; 但并未对该类齿轮副的啮合及修形特性进行全面的研究。本文用齿廓修形的插齿刀展成螺旋双曲面齿轮, 建立轮齿接触分析(TAC)模型, 分析修形系数、轴交角变化、安装误差对齿轮副啮合性能的影响。

1 修形插齿刀齿面方程

螺旋双曲面齿轮由修形直齿圆柱齿轮插齿刀展成, 插齿刀是由沿着齿廓修形的齿条刀与齿轮相啮合而成。图 1 所示, S_a, S_t 为产形齿条齿廓的坐标系, $u_i (i=c, t; c$ 和 t 分别代表小轮和大轮插齿刀齿条沿着齿廓方向的参数), l_i 为沿齿线方向参数, α_n 为法向压力角, $a_m = \pi m_n / 4$ 为齿槽宽一半, m_n 齿轮法向模数, a_i 为抛物线修形系数, d_i 为抛物线极点位置; 可得到 S_c 坐标系下产形齿条齿面方程

$$\begin{pmatrix} r_c(u_i, l_i) = \\ \begin{pmatrix} u_i \cos \alpha_n - a_i u_i^2 \sin \alpha_n - d_i \cos \alpha_n \\ -u_i \sin \alpha_n + a_i u_i^2 \cos \alpha_n + a_m + d_i \sin \alpha_n \\ l_i \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (1)$$

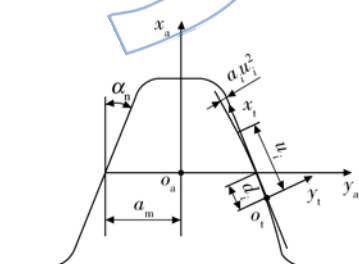


图 1 齿条刀齿廓

Fig. 1 Profile of rack cutter

插齿刀齿面 Σ_s 是由齿条刀齿面 Σ_c 包络而成的, 图 2 坐标系描述其展成过程, S_{ci}, S_i 分别是与齿条和齿轮固联的动坐标系, S_d 是固定参考坐标系, 小轮动坐标系 S_i 绕 Z_d 转 ϕ_i 时, 产形齿条坐标系 S_{ci} 移动 $r_{pi} \phi_i$, r_{pi} 为被加工齿轮节圆半径, 由啮合原理在齿条齿面和被展成齿轮切削接触点上, 法向矢量必须通过瞬轴 $I-I$, 可得到如下的啮合条件:

$$\frac{X_{ci} - x_{ci}}{n_{cxi}} = \frac{Y_{ci} - y_{ci}}{n_{c yi}} = \frac{Z_{ci} - z_{ci}}{n_{c zi}} \quad (3)$$

式中 X_{ci}, Y_{ci}, Z_{ci} 为瞬轴在齿条坐标系 S_{ci} 坐标, x_{ci}, y_{ci}, z_{ci} 为两齿面瞬时接触点坐标, $n_{cxi}, n_{c yi}, n_{c zi}$ 为瞬时接触点法向矢量分量; 被加工齿轮的加工转角 $\phi_i = (n_{cxi} y_{ci} - n_{c yi} x_{ci}) / n_{c xi} r_{pi}$, 其中 $X_{ci} = 0$, $Y_{ci} = r_{pi} \phi_i$, $r_{pi} = m_n z_i / 2$, z_i 为被加工齿轮齿数, 可得到插齿刀齿面的位置矢量和法向矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_s^{(i)}(u_i, l_i) &= \mathbf{M}_{ic}(\phi_i) \mathbf{r}_c(u_i, l_i) \\ \mathbf{n}_s^{(i)}(u_i, l_i) &= \frac{\partial \mathbf{r}_s^{(i)}(u_i, l_i)}{\partial u_i} \times \frac{\partial \mathbf{r}_s^{(i)}(u_i, l_i)}{\partial l_i} \end{aligned} \quad (4)$$

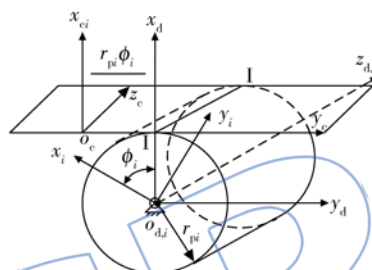


图 2 插齿刀展成坐标系

Fig. 2 Generated coordinate of shaper

2 螺旋双曲面齿轮齿面方程

图 3 描述了左旋螺旋双曲面齿轮展成过程, 插齿过程是模拟插齿刀和被加工齿轮的啮合; S_q, S_i 分别是插齿刀和被加工齿轮参考坐标系, S_p 为用于确定螺旋角的辅助坐标系, S_s, S_i 分别固联在插齿刀和被加工齿轮动坐标系。 β_i 被加工齿轮螺旋角, $\phi_s^{(i)}, \phi_i$ 分别是插齿刀加工转角和齿轮加工转角, 并且有 $\frac{\phi_s^{(i)}}{\phi_i} = \frac{N_i}{N_s^{(i)}}$, $N_s^{(i)}, N_i$ 分别是插齿刀齿数和被加工齿轮齿数。

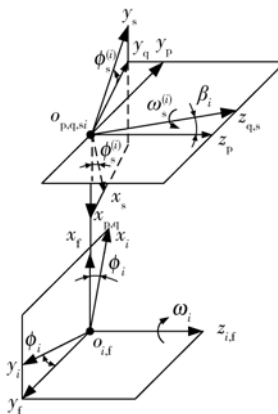


图 3 螺旋双曲面齿轮展成坐标系

Fig. 3 Generating coordinate for helipoid gears

螺旋双曲面齿轮齿面 Σ_i 由插齿刀齿面 $\Sigma_s^{(i)}$ 包络而成, 利用齐次坐标变换可以得到 Σ_i 的齿面位置矢量和法向矢量

$$\mathbf{r}_i(u_i, l_i, \phi_s^{(i)}) = \mathbf{M}_{is}(\phi_s^{(i)}) \mathbf{r}_s^{(i)}(u_i, l_i) \quad (5)$$

$$\mathbf{n}_i(u_i, l_i, \phi_s^{(i)}) = \mathbf{L}_{is}(\phi_s^{(i)}) \mathbf{n}_s^{(i)}(u_i, l_i) \quad (6)$$

同时, 在插齿过程中应满足啮合方程

$$f_i(u_i, l_i, \phi_s^{(i)}) = \mathbf{n}_s^{(i)} \mathbf{v}_s^{(si)} \quad (7)$$

式中 $\mathbf{n}_s^{(i)}$ 是齿面 $\Sigma_s^{(i)}$ 在坐标系 $S_s^{(i)}$ 的法矢, $\mathbf{v}_s^{(si)}$ 是在 $S_s^{(i)}$ 中表示的两齿面的相对运动速度. $\mathbf{M}_{is} = \mathbf{M}_{il} \mathbf{M}_{lp} \mathbf{M}_{qs}$ 是坐标系 $S_s^{(i)}$ 到坐标系 S_i 的齐次坐标变换矩阵.

3 齿面接触分析

3.1 TCA(tooth contact analysis)模型

两齿面 Σ_1 和 Σ_2 在固定坐标系 S_h 中连续接触相切, 齿面的位置矢量和法向矢量分别相等, 如图4所示转换坐标系, 坐标系 S_1 和 S_2 分别是与小轮和大轮相固联的齿面动坐标系, S_h 为固定坐

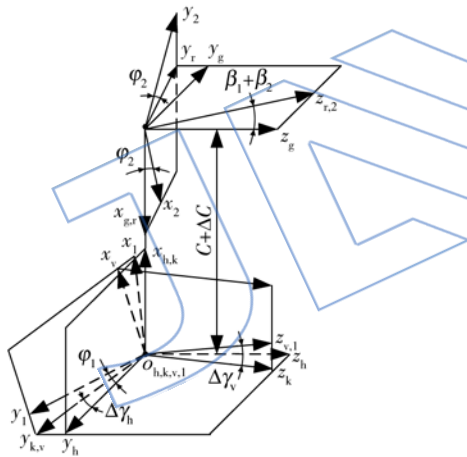


图4 齿轮副啮合坐标系

Fig. 4 Meshing coordinate for gear drive

标系, 辅助坐标系 S_g, S_r 确定齿轮轴交角, 辅助坐标系 S_k, S_v 用来模拟齿轮的装配误差, $\Delta\gamma_h$ 水平安装误差角, $\Delta\gamma_v$ 垂直安装误差角, ΔC 中心距误差. 在固定坐标系 S_h 中面齿面 Σ_1, Σ_2 及其单位法向矢量可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_h^{(1)}(u_1, l_1, \phi_s^{(1)}, \varphi_1) = \mathbf{M}_{h1}(\varphi_1) \mathbf{r}_1(u_1, l_1, \phi_s^{(1)}) \\ \mathbf{n}_h^{(1)}(u_1, l_1, \phi_s^{(1)}, \varphi_1) = \mathbf{L}_{h1}(\varphi_1) \mathbf{n}_1(u_1, l_1, \phi_s^{(1)}) \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \mathbf{r}_h^{(2)}(u_2, l_2, \phi_s^{(2)}, \varphi_2) = \mathbf{M}_{h2}(\varphi_2) \mathbf{r}_2(u_2, l_2, \phi_s^{(2)}) \\ \mathbf{n}_h^{(2)}(u_2, l_2, \phi_s^{(2)}, \varphi_2) = \mathbf{L}_{h2}(\varphi_2) \mathbf{n}_2(u_2, l_2, \phi_s^{(2)}) \end{cases} \quad (9)$$

式中 φ_1, φ_2 分别是小轮和大轮啮合转角; $\mathbf{M}_{h1} = \mathbf{M}_{hk} \mathbf{M}_{kv} \mathbf{M}_{v1}$ 是 S_1 到 S_h 的变换矩阵, $\mathbf{L}_{h1}$ 是 $\mathbf{M}_{h1}$ 去掉最后一行和最后一列矩阵; $\mathbf{M}_{h2} = \mathbf{M}_{hg} \mathbf{M}_{gr} \mathbf{M}_{r2}$ 是 S_2 到 S_h 的变换矩阵, $\mathbf{L}_{h2}$ 是 $\mathbf{M}_{h2}$ 去掉最后一行和最后一列矩阵. 在坐标系 S_h 中两齿面连续相切接触得到以下方程:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_h^{(1)}(u_1, l_1, \phi_s^{(1)}, \varphi_1) = \mathbf{r}_h^{(2)}(u_2, l_2, \phi_s^{(2)}, \varphi_2) \\ \mathbf{n}_h^{(1)}(u_1, l_1, \phi_s^{(1)}, \varphi_1) = \mathbf{n}_h^{(2)}(u_2, l_2, \phi_s^{(2)}, \varphi_2) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} f_1(u_1, l_1, \phi_s^{(1)}, \varphi_1) = 0 \\ f_2(u_2, l_2, \phi_s^{(2)}, \varphi_2) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

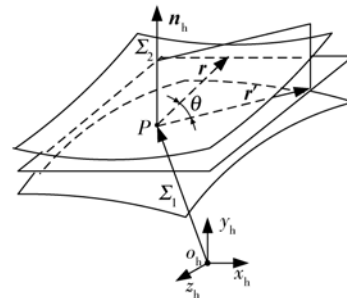
将以上两矢量方程向坐标轴投影, 可以得到6个标量方程, 但由于 $|\mathbf{n}_h^{(1)}| = |\mathbf{n}_h^{(2)}| = 1$, 所以, 只能得到5个独立的标量方程, 而未知量却有8个, 取 φ_1 为输入量, 联立插齿大小轮时的啮合方程(11)就可得到两齿面的一个接触点, 然后以一定步长改变 φ_1 值, 继续求解, 直至求出的接触点超出齿面的有效边界, 得到齿面啮合迹线. 定义传动误差为

$$\delta\varphi_2 = (\varphi_2 - \varphi_2^0) - N_1/N_2(\varphi_1 - \varphi_1^0) \quad (12)$$

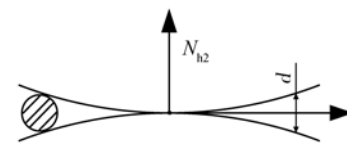
式中 φ_2^0, φ_1^0 为大小轮初始啮合转角, N_1, N_2 为大轮齿数、小轮齿数.

3.2 接触椭圆

图5所示为两接触齿面 Σ_1, Σ_2 的接触状态, 由TCA程序求解出在固定坐标系 S_h 瞬时接触点位置 P 及该点的法矢 $\mathbf{n}_h$, $\mathbf{r}$ 为固定坐标系下与法矢 $\mathbf{n}_h$ 垂直的矢量(可选择刀具齿廓切矢转换到



(a) 齿轮副接触面



(b) 间隙

图5 接触椭圆

Fig. 5 Contact ellipse

固定坐标下 S_h), 按步长 δr 增加的搜索矢量, 同时 r 绕法矢 n_h 按步长 $\delta\theta$ 旋转 360° , 根据矢量旋转公式求得

$$r' = (n_h \cdot r)r + \sin\theta n_h \times r + \cos\theta(n_h \times r) \times n_h \quad (13)$$

在 S_h 坐标系下, 沿着 r' 方向搜索并计算两齿面间隙 d , 当 $d \leq 0.00635 \text{ mm}$ 时停止搜索, 即可获得实际接触椭圆。

4 算 例

按照以上步骤开发计算机程序, 对螺旋双曲面齿轮的啮合特性进行研究, 基本设计参数如表 1 所示。图 6 分别是轴交角 50° 和 90° 的齿轮副三维模型; 图 7 和图 8 分别是实例 1 和实例 2 齿面接触分析结果图, 包括接触迹线, 接触椭圆, 传动误差曲线。图 9, 图 10 分别为实例 1 和实例 2 在安装误差条件下的 TCA 分析结果。

表 1 齿轮副设计参数

Table 1 Design parameters of gear drive

设计参数	实例 1	实例 2
小轮齿数 N_1	31	
大轮齿数 N_2	43	
插齿刀齿数 N_s	20	
法向模数 m_n/mm	3.0	
法向压力角 $\alpha_n/^\circ$	20.0	
轴交角 $\gamma/^\circ$	50	90
小轮螺旋角 $\beta_1/^\circ$	25	45
大轮螺旋角 $\beta_2/^\circ$	25	45
旋向(大轮、小轮)	左旋	左旋
齿宽 B/mm	30	
抛物线修形系数 a_i	0.003	0.005
抛物线极点位置 d_i	-0.1	0.05

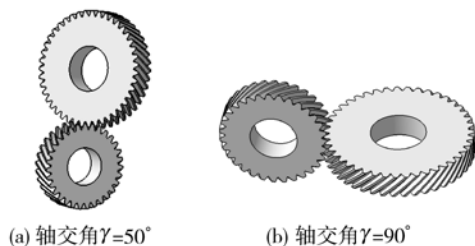


图 6 齿轮副三维模型

Fig. 6 Solid model of gear drive

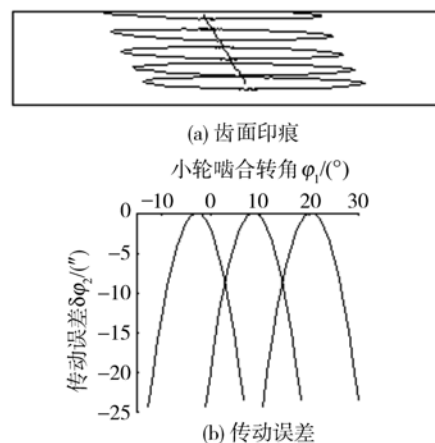


图 7 齿面印痕和传动误差($\gamma=50^\circ$)

Fig. 7 Contact pattern and transmission errors ($\gamma=50^\circ$)

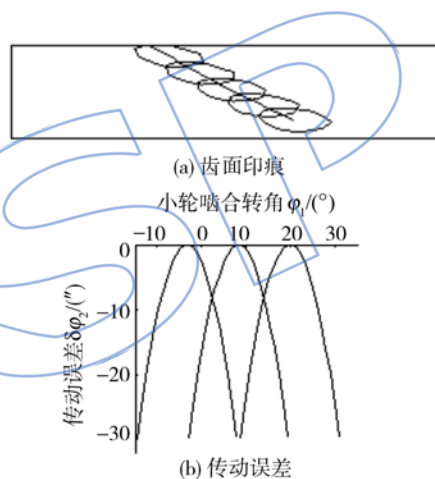


图 8 齿面印痕和传动误差($\gamma=90^\circ$)

Fig. 8 Contact pattern and transmission errors ($\gamma=90^\circ$)

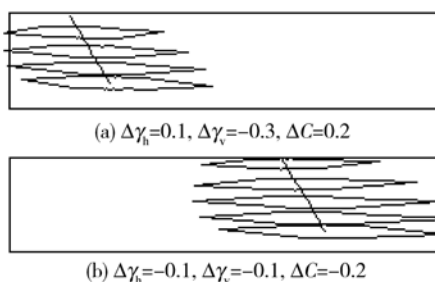


图 9 考虑安装误差的齿面印痕($\gamma=50^\circ$)

Fig. 9 Contact patterns with assembly errors ($\gamma=50^\circ$)

图 7~图 8 分别为实例 1 和实例 2 的 TCA 分析结果, 从图中可以看出接触椭圆长轴随着轴交角变大而减小, 椭圆的长轴和短轴之比增大; 通过刀具齿廓的抛物线修形, 获得开口向下的抛物

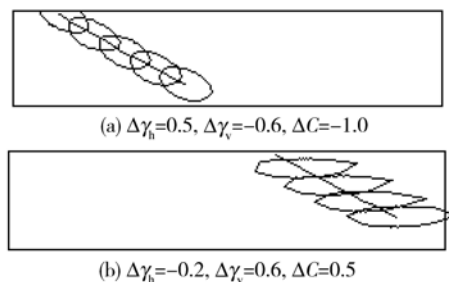


图10 考虑安装误差的齿面印痕($\gamma=90^\circ$)
Fig. 10 Contact patterns with assembly errors
($\gamma=90^\circ$)

线型传动误差,可以吸收安装误差引起的线性误差^[1],调整修形系数来调整传动误差幅值,修形系数越小,幅值越小,可以通过修形系数设计提高重合度和减小振动、噪声,同时可以通过改变抛物线极点位置获得对称的传动误差曲线,避免边缘接触发生。图9~图10是在一定安装误差条件下,齿面印痕变化情况,从图中可以看出,轴交角越大对安装误差越不敏感,接触椭圆参数也随安装误差变化而改变。插齿刀的齿数对接触椭圆的尺寸有一定的影响。

5 结 论

通过螺旋双曲面齿轮齿面数学模型,借助TCA分析方法,获得齿轮副较为全面的轮齿啮合特性,可以得到如下的结论:

1) 随着轴交角增大,接触椭圆长轴变小,椭圆长短轴之比增大;插齿刀齿数增大也可增大椭圆长轴,但影响较小,在实际加工中可以用多轴联动计算机数控(CNC)滚齿机(磨齿机)加工。

2) 轴交角越大接触迹线越倾斜,可增大齿轮重合度,提高承载能力,降低齿面印痕对安装误差的敏感性。

3) 调整刀具齿廓抛物线修形系数和极点位置,可以改变传动误差的幅值和对称性,改善齿轮副的啮合特性。

参考文献:

[1] Litvin F L, Fuentes A. Gear geometry and applied theory

[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

- [2] Litvin F L, Gonzalez-Perez I, Fuentes A, et al. Generalized concept of meshing and contact of involute crossed helical gears and its application[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(34-35): 3710-3745.
- [3] Zhang Y, Fang Z. Analysis of tooth contact and load distribution of helical gears with crossed axes[J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(1): 41-57.
- [4] Litvin F L, Fan Q, Vecchiato D, et al. Computerized generation and simulation of meshing of modified spur and helical gears manufactured by shaving[J]. Computer Methods Applied Mechanics Engineering, 2001, 190(39): 5037-5055.
- [5] 赵亚平, 魏文军, 王书茂. 交错斜齿轮齿面接触区的计算机辅助分析[J]. 机械工程学报, 2004, 40(2): 181-184.
ZHAO Yaping, WEI Wenjun, WANG Shumao. Computer aided analysis for contact pattern of crossed helical involute gears[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(2): 181-184. (in Chinese).
- [6] Xu L, Yang C. Elastohydrodynamic lubrication calculation and measure for crossed helical gears[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2006, 220(6): 499-505.
- [7] Yamanaka T, Naruse C, Haizuka S. Study on load carrying characteristics of crossed helical gears[J]. Tribology Transactions, 2000, 43(1): 100-108.
- [8] Nemoto R, Naruse C, Haizuka S, et al. Influence of surface treatment, tooth form and lubricating oil on load-carrying characteristics of crossed helical gears[J]. JSME, International Journal Series C: Dynamics, Control, Robotics, Design and Manufacturing, 1995, 38(1): 94-105.
- [9] Chang S L, Tsay C B. A general mathematical model for gears cut by CNC hobbing machines[J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 1997, 119(1): 108-113.
- [10] Wu J L, Liu C C, Tsay C B, et al. Mathematical model and surface deviation of helipoid geats cut by shaper cutters[J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 2003, 125(2): 351-355.
- [11] Wang W S, Fong Z H. Tooth contact analysis of longitudinal cycloidal crowned helical gears with circular arc tooth[J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 2010, 132(3): 0310081-0310089.
- [12] Tsai Y C, Jehng W K. Kinematics parametric method to generate new tooth profiles of gear sets with skew axes[J]. Mechanism and Machine Theory, 1999, 34(6): 857-876.